Türk Bina Deprem Yönetmeliği Kapsamında Performansa Dayalı Tasarım, Sismik Taban Yalıtımı ve PERFORM-3D ile Mühendislik Uygulamaları

Gebze Teknik Üniversitesi, 2016

Yapı Dinamiği ve Deprem Yönetmeliğine Giriş:

Çok Serbestlik Dereceli Sistemler

Dr. Barış Erkuş (İTÜ)

Yapı Dinamiği ve Deprem Yönetmeliğine Giriş

- Tek Serbestlik Dereceli Sistemler
  - Analitik ve matematiksel modelleme
  - Serbest titreşim
  - Harmonik yük altındaki davranış
  - Zaman tanım alanı analizi
  - Deprem spektrumu
- Çok Serbestlik Dereceli Sistemler
  - Analitik ve matematiksel modelleme
  - Kütle, rijitlik ve sönüm matrisleri
  - Modal analiz – mod şekilleri ve periyotları
  - Mod birleştirme yöntemiyle dinamik analiz – tepki spektrumu analizi
  - Mod birleştirme yöntemiyle dinamik analiz – modal zaman tanım alanı analizi
- Taslak TBDY Kapsamında Deprem Analizi ile İlgili Genel Kurallar

Çok Serbestlik Dereceli Sistemler: İçerik

- Temel Matematik Bilgileri
  - Lineer Denklem Sistemleri (Ö)
  - Matrisler ve Temel Matris Operasyonları (Ö)
  - Özdeğer Problemi (Ö)
  - Matrislerin Bölünmesi (Ö)
- Yapıların Matematiksel Modellemesi
  - Sürekli Kütleli Sistemler
  - Toplu Kütleli Sistemler
  - Mekanik ve Yapısal Sistemler
- Serbestlik Dereceleri ve Sistem Matrisleri
  - Yapı Serbestlik Dereceleri
  - Toplu ve Sürekli Kütle Matrisleri (Ö)
  - Rijitlik Matrisi (Ö)
  - Statik Yoğunlaştırma, Rijit Diyafram Kabulü
- Modal Analiz: Mod Şekilleri ve Periyotları
  - Genelleştirilmiş Serbestlik Dereceleri
  - Özdeğerler, Özvektörler ve Özmatris (Ö)
  - Rayleigh-Ritz Yöntemi
  - Yüklemeye Bağlı Rayleigh-Ritz Yöntemi
- Sönüm matrisi
  - İçsel Enerji Sönümleme
  - Klasik Sönümleme Matrisi
    - Sabit Sönümleme Matrisi (Ö)
    - Rayleigh Sönümleme Matrisi (Ö)
  - Klasik Olmayan Sönümleme (Ö)
- Modal Analiz: Modal Denklemler (Ö)
- Mod Birleştirme Yöntemi ile Dinamik Analiz
  - Modal Zaman-Tanım Alanı Analizi (Ö)
  - Tasarım Spektrumu Analizi (Ö)
- Doğrudan Zaman-Tanım Alanı Analizi
  - Newmark-β Yöntemi (Ö)
- Özel Konular

(Ö): Örnekler

Temel Matematik Bilgileri: Lineer Denklem Sistemleri

$$
\begin{array}{ll}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1j}x_j + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 & \text{1. Denklem} \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2j}x_j + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 & \text{2. Denklem} \\
\vdots \qquad\qquad \vdots & \vdots \\
a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \cdots + a_{in}x_n = b_i & i\text{. Denklem} \\
\vdots \qquad\qquad \vdots & \vdots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nj}x_j + \cdots + a_{nn}x_n = b_n & n\text{. Denklem}
\end{array}
$$

Örnek:

$$
\begin{array}{ll}
5x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 7 & \text{1. Denklem} \\
2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 3 & \text{2. Denklem} \\
3x_1 - 5x_2 - 8x_3 = -4 & \text{3. Denklem}
\end{array}
$$

- n adet denklem
- n adet bilinmeyen: x_1, x_2, …, x_n
- $n \times n$ adet katsayı: a_{11}, a_{12}, …, a_{nn}
- n adet sabit: b_1, b_2, …, b_n
- a_{ij}
  - i: denklem sayısı (satır)
  - j: bilinmeyen numarası x_j (sütun)
- b_i , i: denklem sayısı (satır)

- Çözüm Yöntemleri
  - Gauss-Eleme Yöntemi

Temel Matematik Bilgileri: Lineer Denklem Sistemleri

$$\boxed{\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{matrix}} \qquad \boxed{\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{matrix}} \qquad \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{matrix}}$$

A-grubu **x-grubu** **b-grubu**

Temel Matematik Bilgileri: Matrisler

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{Bmatrix}_{n\times 1} \qquad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{Bmatrix}_{n\times 1}$$

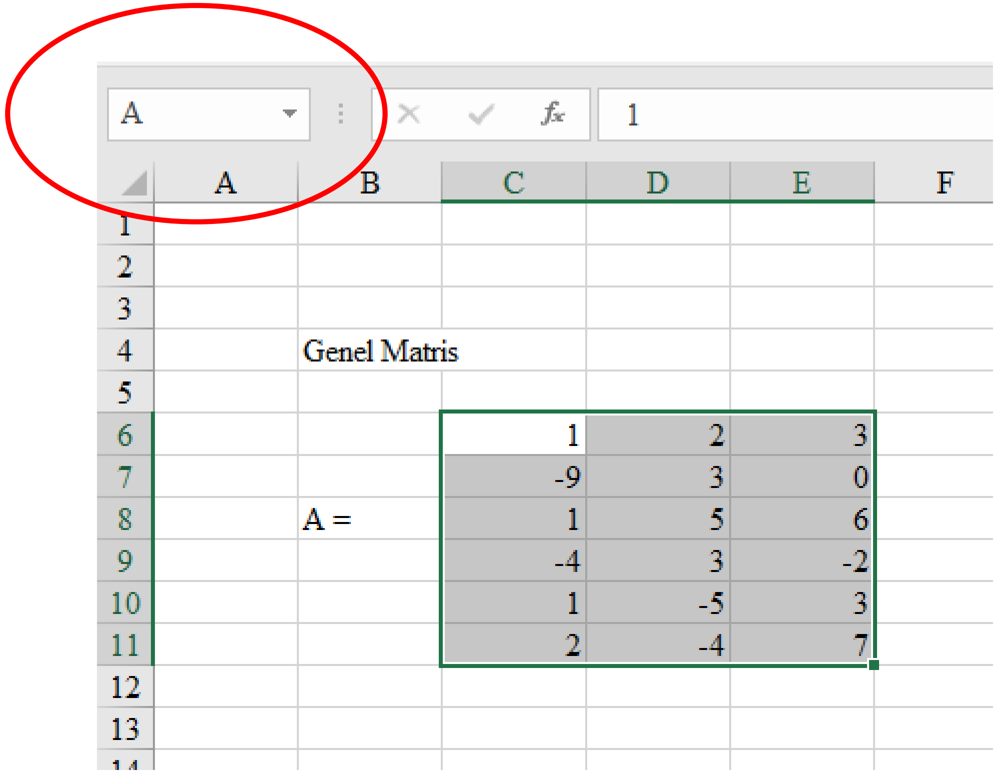
(1-Boyutlu ise “Vektör” de denir)

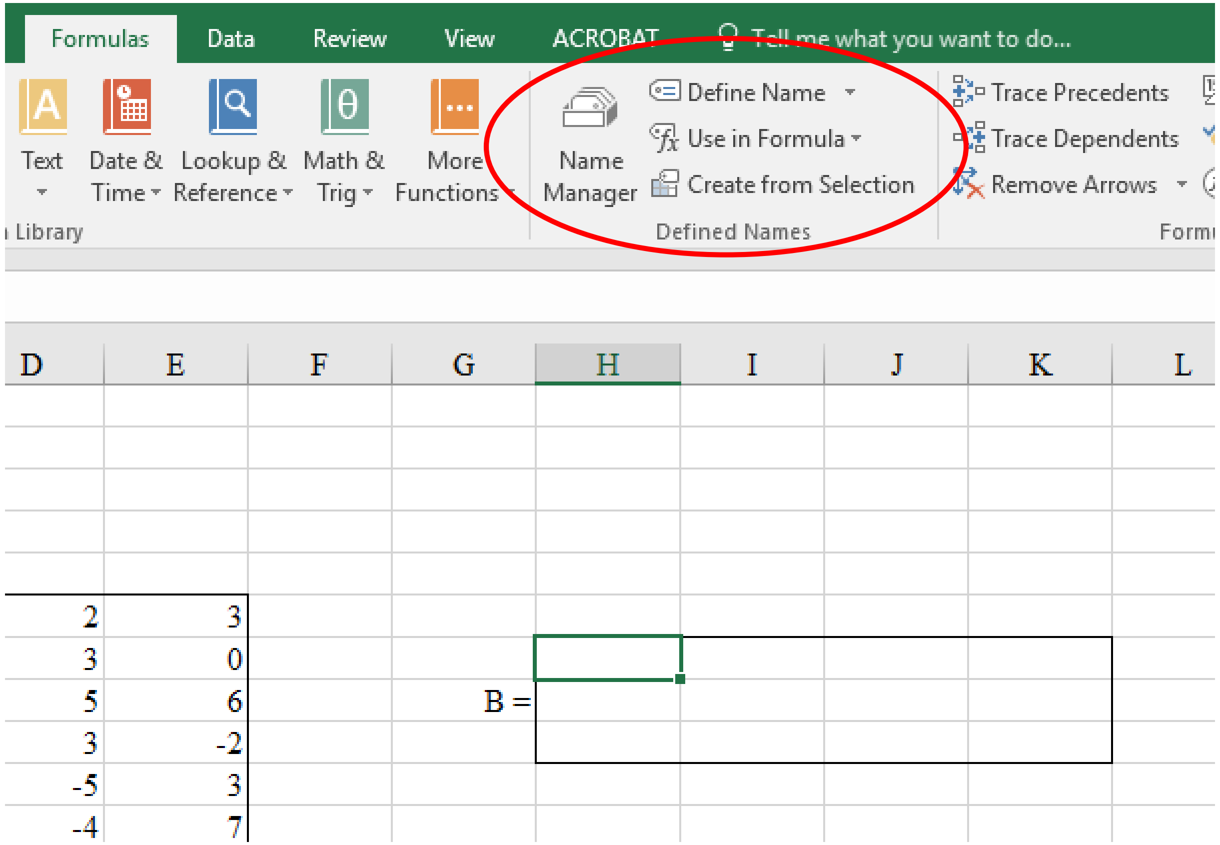
Temel Matematik Bilgileri: Matrislerin Gösterimi

- Herhangi bir $n \times m$ matrisin gösterimi
  - $\mathbf{A}$: **koyu**, düz ("italic" olmayan) ve BÜYÜK HARF
  - [A] : köşeli parantez ile , düz ("italic" olmayan) ve BÜYÜK HARF
  - $\underset{\sim}{\mathrm{A}}$: harf altında "tilde" işareti ile, düz ("italic" olmayan) ve BÜYÜK HARF
- Herhangi bir $n \times 1$ veya $1 \times m$ vektörünün gösterimi
  - $\mathbf{x}$: koyu, düz ("italic" olmayan) ve küçük harf
  - {x} : süslü parantez ile düz ("italic" olmayan) ve küçük harf
  - $\underset{\sim}{\mathrm{x}}$: harf altında "tilde" işareti ile, düz ("italic" olmayan) ve küçük harf
- Skalar gösterimi:
  - x, y : *eğik* ("*italic*") ve küçük harf

- Örnekler:
  - a : skalar
  - $\mathbf{M}$: matris
  - ϕ : skalar
  - $\boldsymbol{\phi}$: vektör
  - $\underset{\sim}{\phi}$: vektör
  - $\mathbf{\Phi}$: matris
  - λ : skalar
  - $\mathbf{\Lambda}$: matris

Excel: Matrislerin Tanıtılması





Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1j}x_j + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \quad \text{1. Denklem}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2j}x_j + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$ 2. Denklem

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

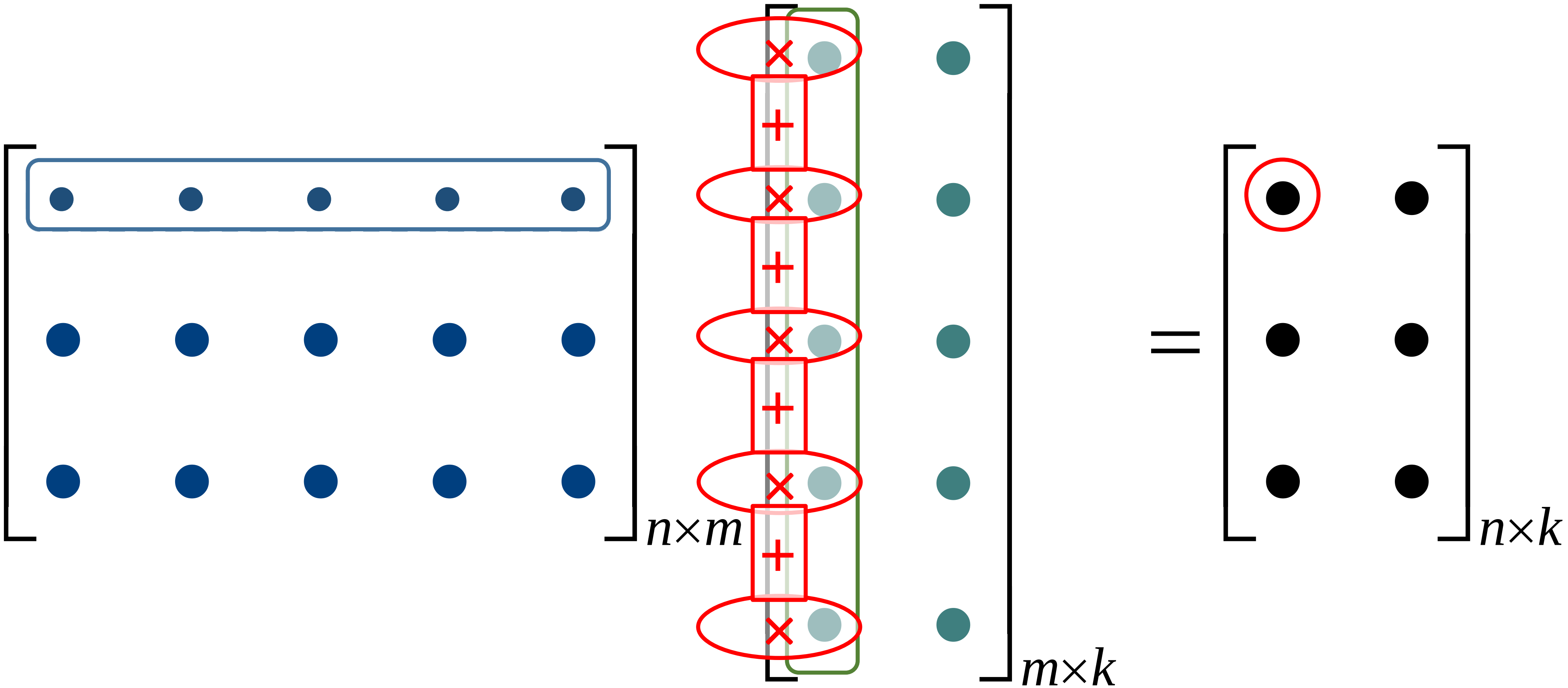
Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

$$b_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \cdots + a_{in}x_n \qquad i.\text{ Denklem}$$

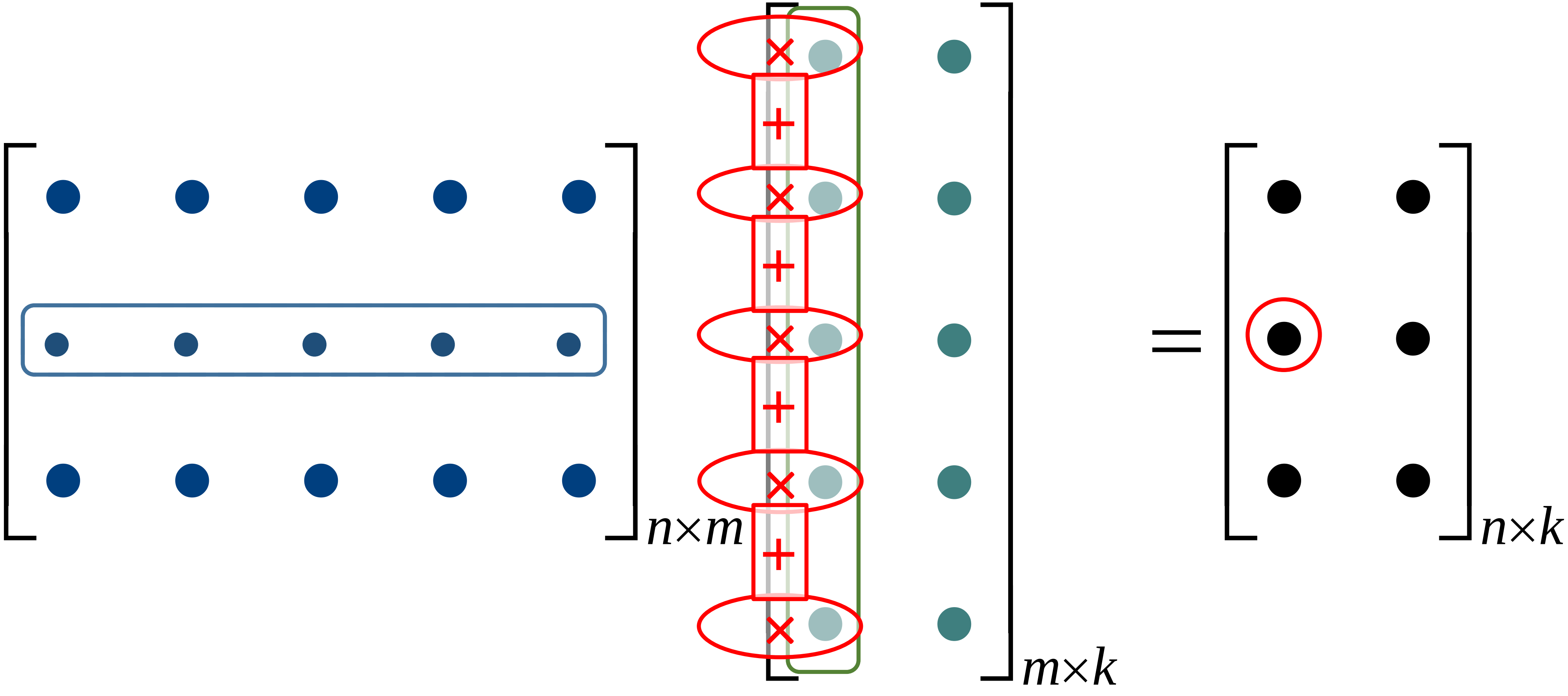
$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \qquad i.\text{ denklem}$$

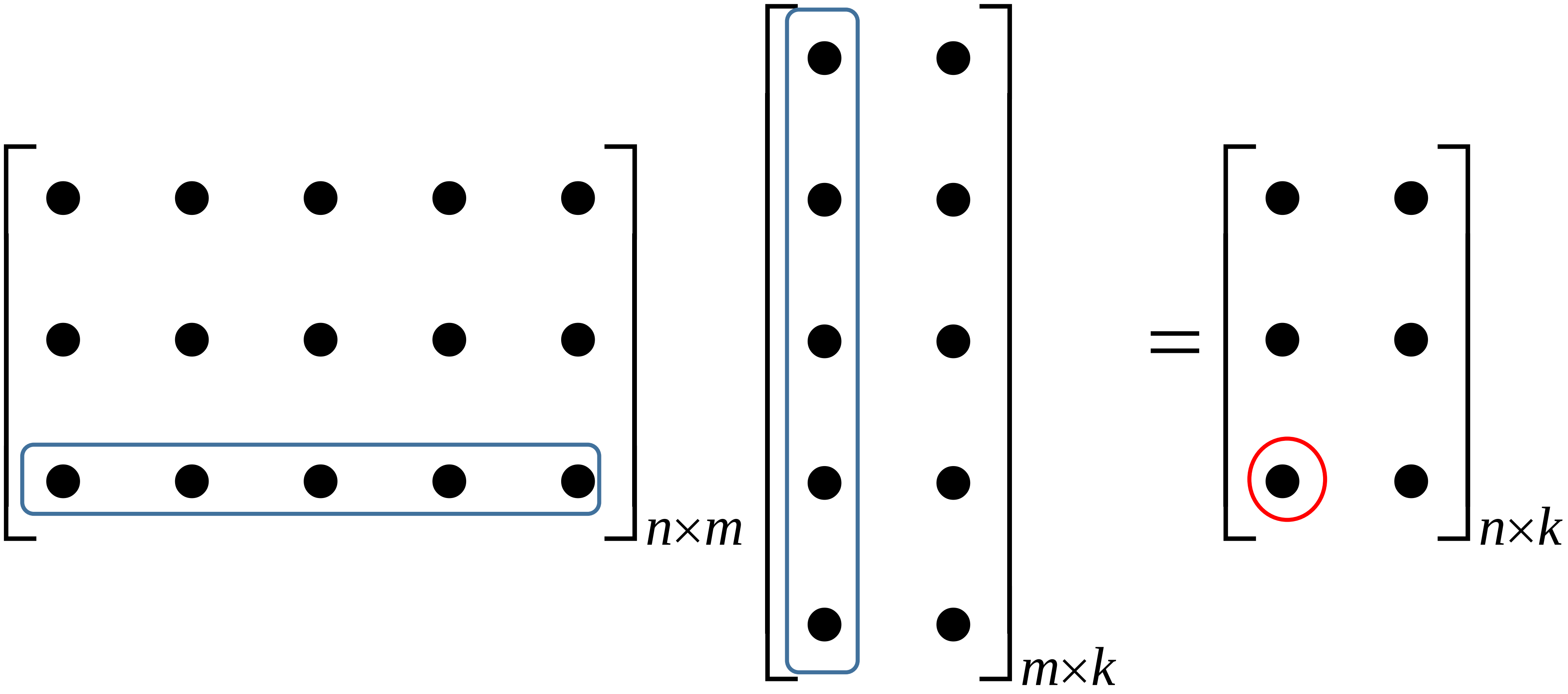
AB çarpimi, ilk satir



AB çarpimi, ikinci satir



AB çarpimi, üçüncü satir



AB çarpimi, birinci satir-ikinci sütun

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{m\times k} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times k}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

AB çarpimi, ikinci satir-ikinci sütun

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{m\times k} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times k}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

$$\mathbf{A}_{n\times m}\mathbf{B}_{m\times k}=\mathbf{C}_{n\times k}$$

$$\begin{bmatrix}\bullet&\bullet&\bullet&\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet&\bullet&\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet&\bullet&\bullet&\bullet\end{bmatrix}_{n\times m}\begin{bmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\end{bmatrix}_{m\times k}=\begin{bmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\end{bmatrix}_{n\times k}$$

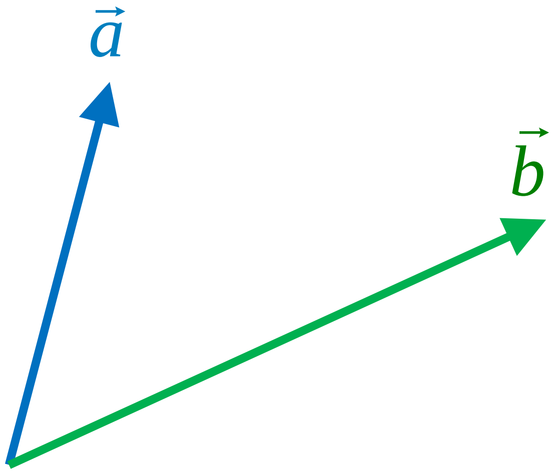
Temel Matematik Bilgileri: Matris Çarpımı

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

Excel

- Matrislerin Çarpımı

Temel Matematik Bilgileri: İç Çarpımının Matris Çarpım Olarak İfadesi



$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{\mathbf{i}} + a_y \hat{\mathbf{j}} + a_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{b} = b_x \hat{\mathbf{i}} + b_y \hat{\mathbf{j}} + b_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_z + a_z b_z$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = \mathbf{a}^{\mathrm{T}} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = \mathbf{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{a}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Skalar Çarpım

$$a\mathbf{A}_{n\times m}$$

$$a\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} = \begin{bmatrix} a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet \\ a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet \\ a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet & a\bullet \end{bmatrix}_{n\times m}$$

$$a\mathbf{A} = \mathbf{A}a$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Toplama ve Çıkarma

$$\mathbf{A}_{n\times m} + \mathbf{B}_{n\times m} = \mathbf{C}_{n\times m}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \boxed{\bullet} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} + \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \boxed{\bullet} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Devriği (Transpozu)

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}_{n\times m} = \mathbf{C}_{m\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{n\times m} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{m\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Devriği (Transpozu)

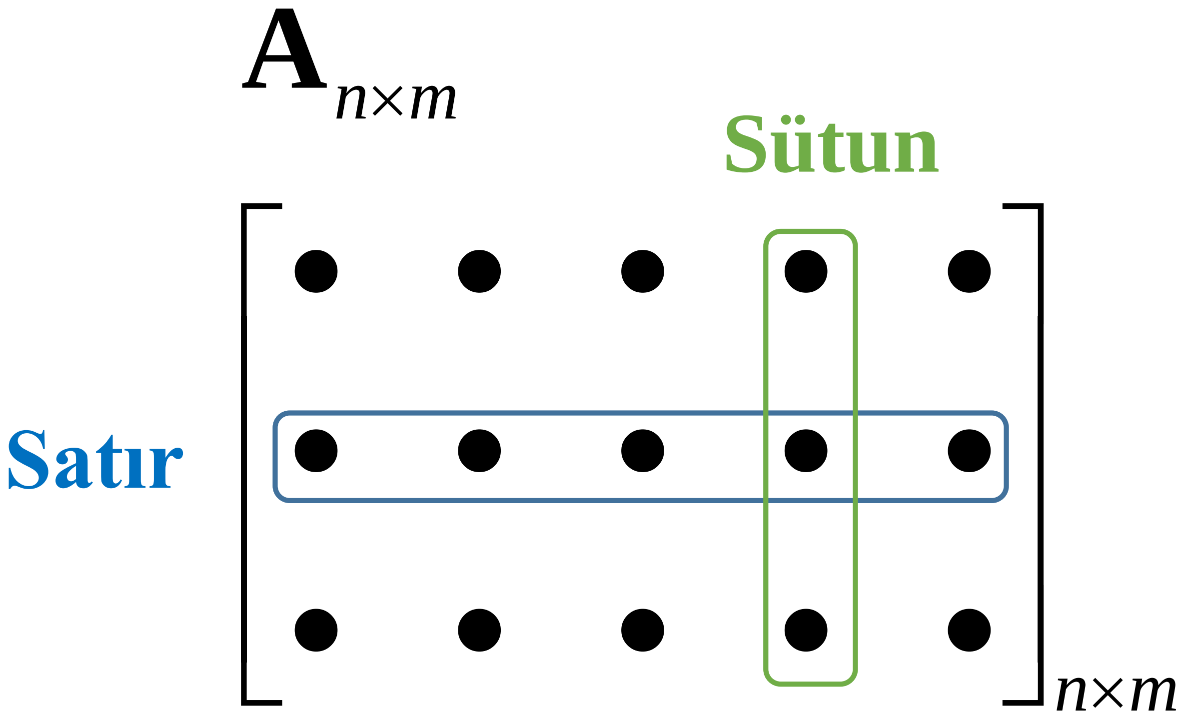
$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}_{n\times m} = \mathbf{C}_{m\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{n\times m} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{m\times n}$$

Excel

- Toplama
- Skalar Çarpım
- Transpose

Temel Matematik Bilgileri: Matris Satır ve Sütunları



Temel Matematik Bilgileri: Matris Satır Vektörleri Gösterimi

$$\mathbf{A}_{n\times m}$$

Satır Vektörü

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} = \begin{bmatrix} — & \mathbf{a}_1 & — \\ — & \mathbf{a}_2 & — \\ — & \mathbf{a}_3 & — \end{bmatrix}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Sütun Vektörleri Gösterimi

$$\mathbf{A}_{n\times m}$$

Sütun Vektörü

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times m} = \begin{bmatrix} | & | & | & | & | \\ \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_4 & \mathbf{a}_5 \\ | & | & | & | & | \end{bmatrix}$$

Temel Matematik Bilgileri: Kare Matris

$$\mathbf{A}_{n\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Diyagonalı

$$\mathbf{A}_{n\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Diyagonal Matris

$$\mathbf{A}_{n\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & \bullet \end{bmatrix}_{n\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Birim Matris

$$\mathbf{I}_{n\times n}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{n\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Diyagonal Matris - Kolaylıklar

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

Temel Matematik Bilgileri: Diyagonal Matris - Kolaylıklar

$$x_i = \frac{b_i}{a_i}$$

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & a_{ii} & \cdots & \\ & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

Temel Matematik Bilgileri: Birim Matris - Kolaylıklar

$$\mathbf{Ix} = \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_i \\ \\ x_n \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ b_i \\ \\ b_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

$$x_i = \frac{b_i}{1} = b_i$$

$$\mathbf{Ix} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Temel Matematik Bilgileri: Simetrik Matris

$$\mathbf{A}_{n\times n}^{\mathrm{T}} = \mathbf{A}_{n\times n}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times n}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}_{n\times n}$$

Temel Matematik Bilgileri: Simetrik Matris

$$\mathbf{B}_{n\times n} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}_{n\times m}\mathbf{A}_{m\times n}$$

$$\mathbf{C}_{m\times m} = \mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}_{n\times m}$$

B ve **C** matrisleri simetriktir.

Temel Matematik Bilgileri: Matris Tersi

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$\mathbf{A}^{-1}$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{A}\,\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$$

her iki tarafı soldan $\mathbf{A}^{-1}$ ile çarparsak

$$\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{A}\mathbf{x}\right) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

$$\left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}\right)\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

$$\mathbf{I}\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

Temel Matematik Bilgileri: Matris Determinantı (Büyüklük)

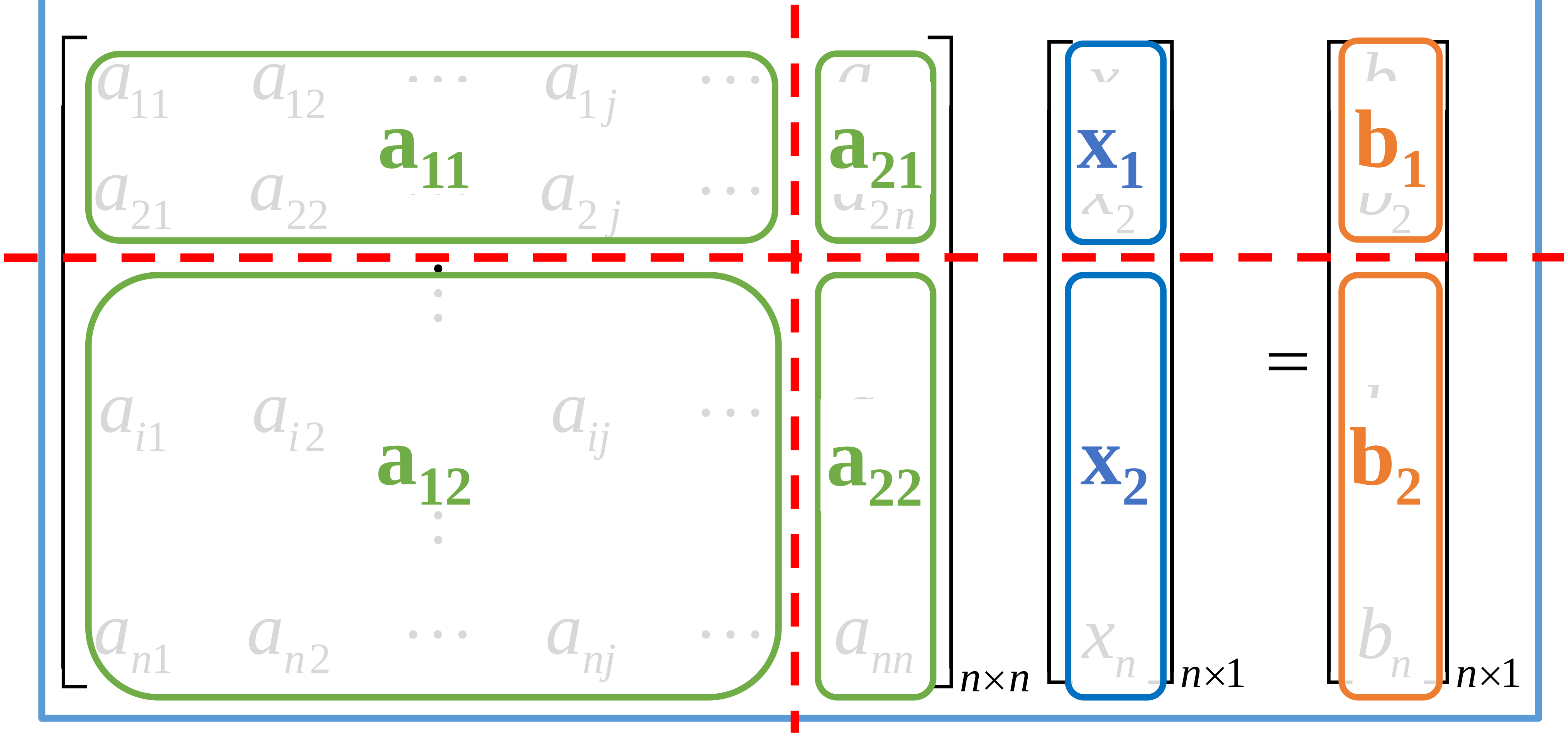
$$\left|\mathbf{A}\right|$$

Excel

- Matris Tersi
- Sistem Çözümü
- Diyagonal Matris ile Çözüm
- Determinant
- Transpose ile Simetrik Matris Oluşturma

Temel Matematik Bilgileri: Matrislerin Bölünmesi

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$



Temel Matematik Bilgileri: Matrislerin Bölünmesi

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{11} \\ \hline \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{21} \end{array}\right]_{n\times n} \left[\begin{array}{c} \mathbf{x}_1 \\ \hline \mathbf{x}_2 \end{array}\right]_{n\times 1} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{b}_1 \\ \hline \mathbf{b}_2 \end{array}\right]_{n\times 1}$$

$$\text{Örnek}: \mathbf{b}_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{bmatrix}_{n\times n} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}_{n\times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

2.Satır: $\mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$

$$\mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 = -\mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1$$

$$\mathbf{x}_2 = -\mathbf{a}_{22}^{-1}\mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1$$

1.Satır: $\mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 = \mathbf{b}_1$

$$\mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\left(-\mathbf{a}_{22}^{-1}\mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1\right) = \mathbf{b}_1$$

$$\left(\mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{22}^{-1}\mathbf{a}_{21}\right)\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{22}^{-1}\mathbf{a}_{21}$$

$$\hat{\mathbf{a}}\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1$$

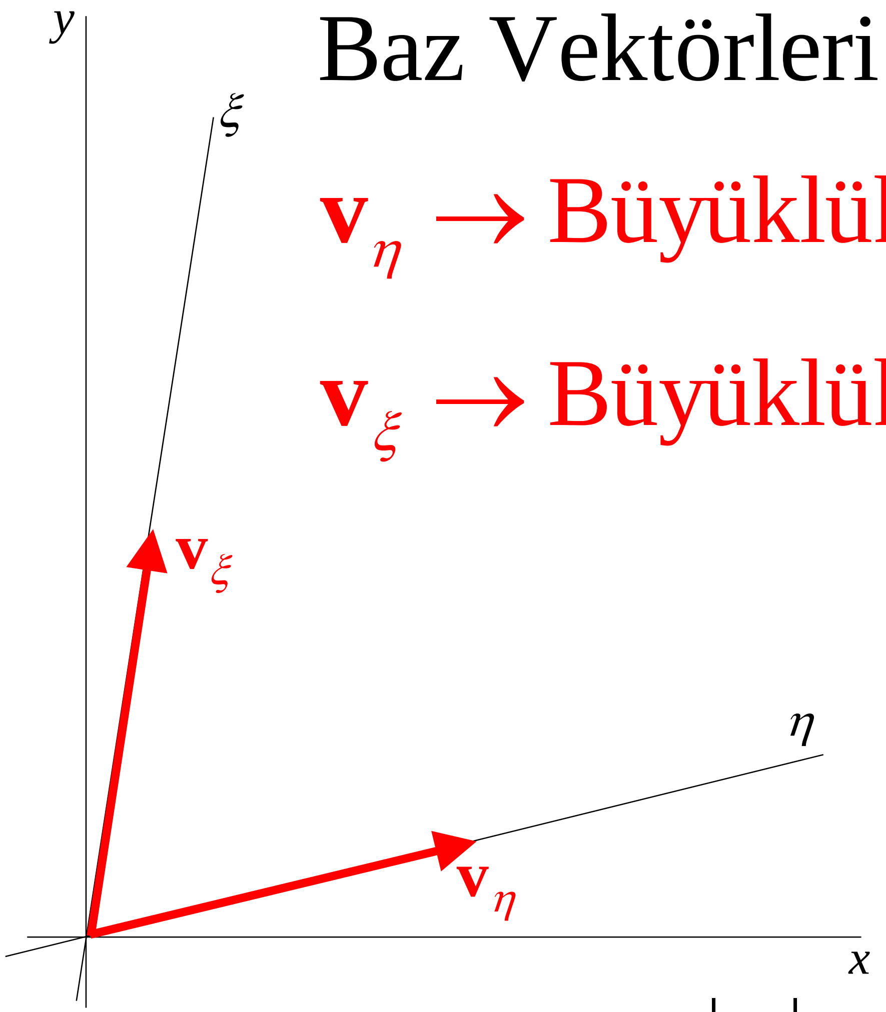
$$\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{a}}^{-1}\mathbf{b}_1$$

Temel Matematik Bilgileri: Taban Vektörleri (Baz Vektörleri) – Genel

Baz Vektörleri:

$\mathbf{v}_\eta \rightarrow$ Büyüklük: $|\mathbf{v}_\eta|$

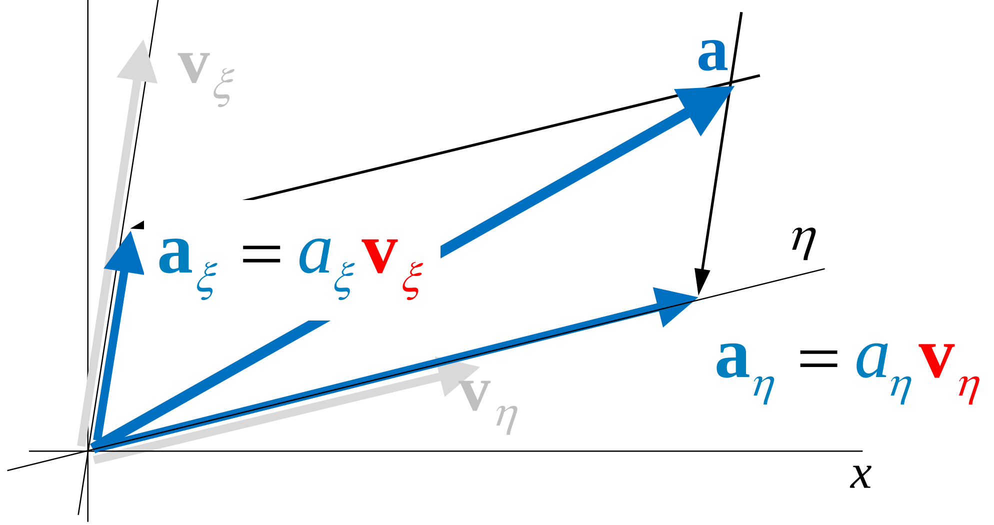
$\mathbf{v}_\xi \rightarrow$ Büyüklük: $|\mathbf{v}_\xi|$



$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\eta + \mathbf{a}_\xi$$

$$\mathbf{a}_\eta = a_\eta \mathbf{v}_\eta$$

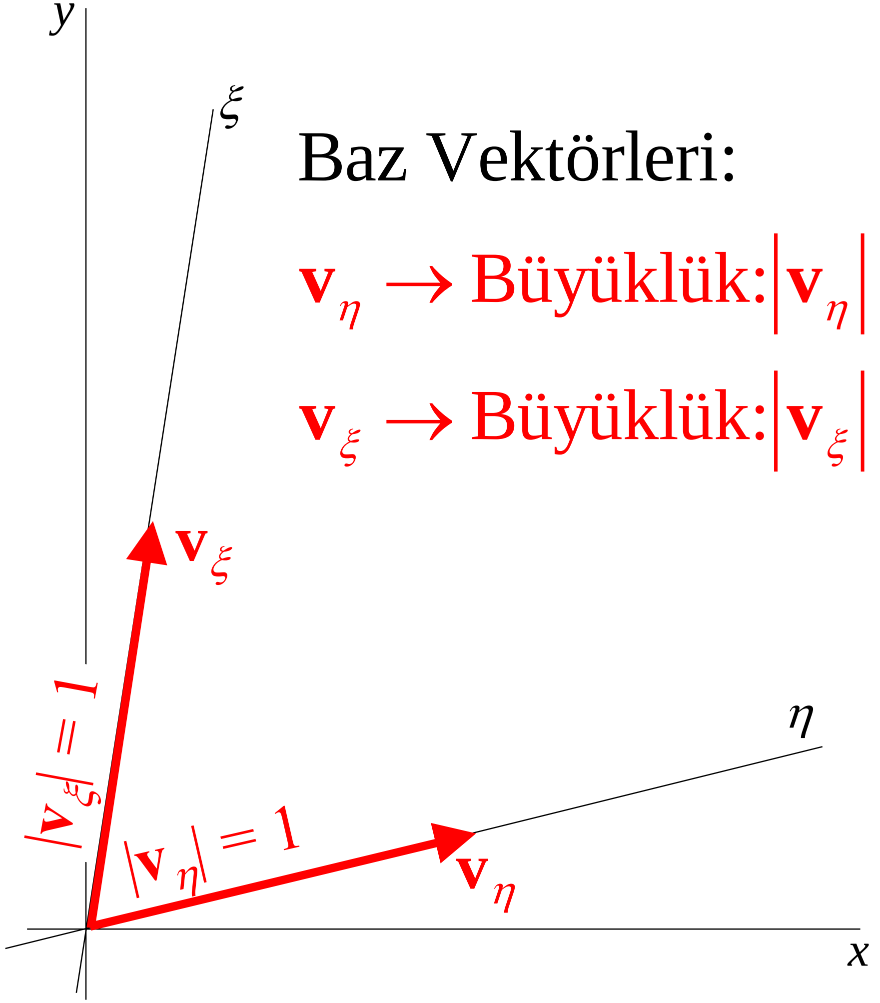
$$\mathbf{a}_\xi = a_\xi \mathbf{v}_\xi$$



$$|\mathbf{a}_\eta| = a_\eta |\mathbf{v}_\eta| \Rightarrow a_\eta = \frac{|\mathbf{a}_\eta|}{|\mathbf{v}_\eta|}$$

$$|\mathbf{a}_\eta| = 7.5, \quad |\mathbf{v}_\eta| = 2.5 \Rightarrow a_\eta = \frac{7.5}{2.5} = 3$$

Temel Matematik Bilgileri: Taban Vektörleri – Birim Vektörler



Baz Vektörleri:

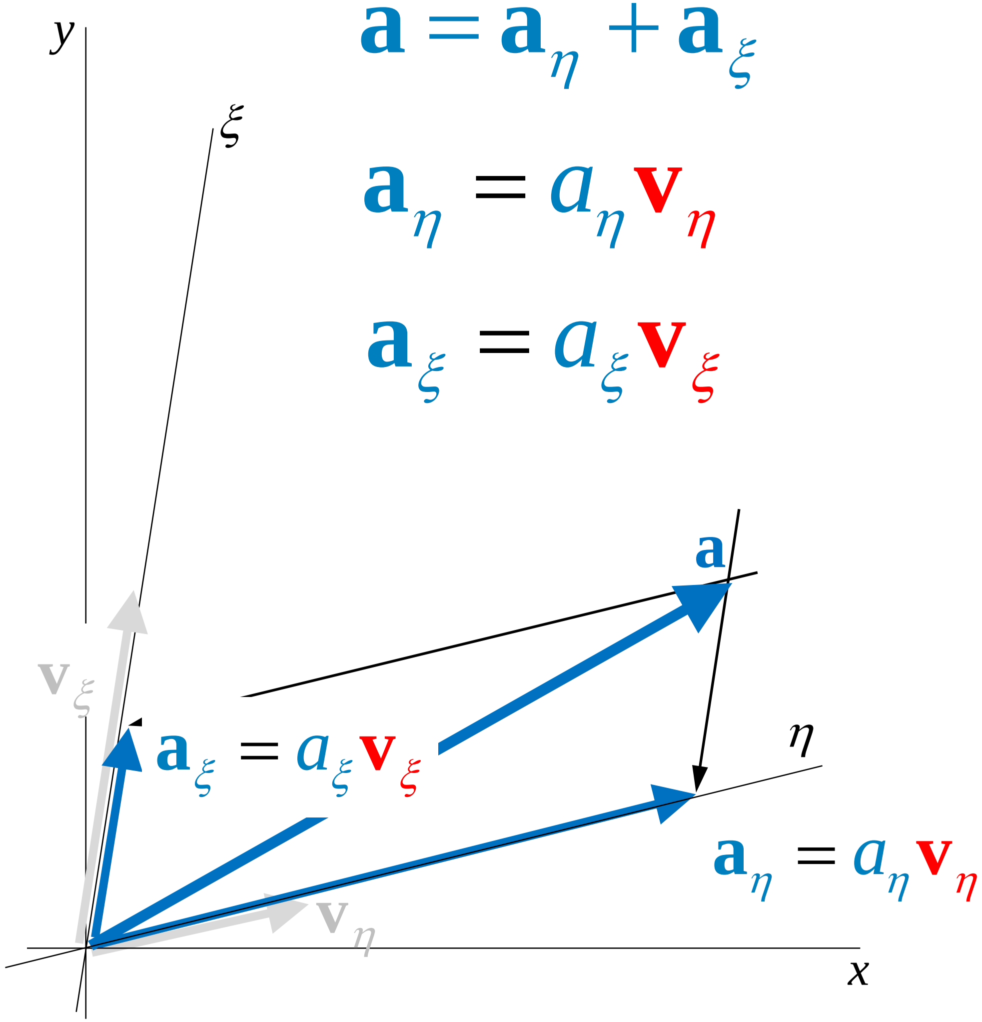
$$\mathbf{v}_\eta \rightarrow \text{Büyüklük:} |\mathbf{v}_\eta| = 1$$

$$\mathbf{v}_\xi \rightarrow \text{Büyüklük:} |\mathbf{v}_\xi| = 1$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\eta + \mathbf{a}_\xi$$

$$\mathbf{a}_\eta = a_\eta \mathbf{v}_\eta$$

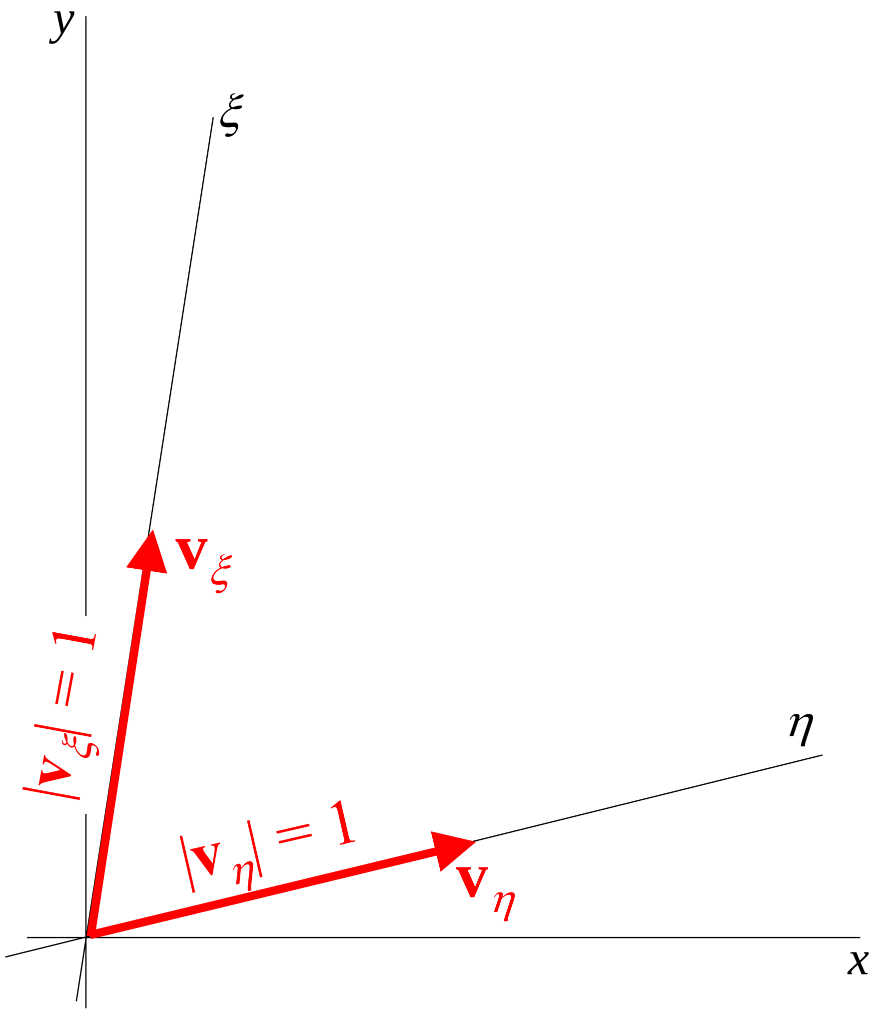
$$\mathbf{a}_\xi = a_\xi \mathbf{v}_\xi$$

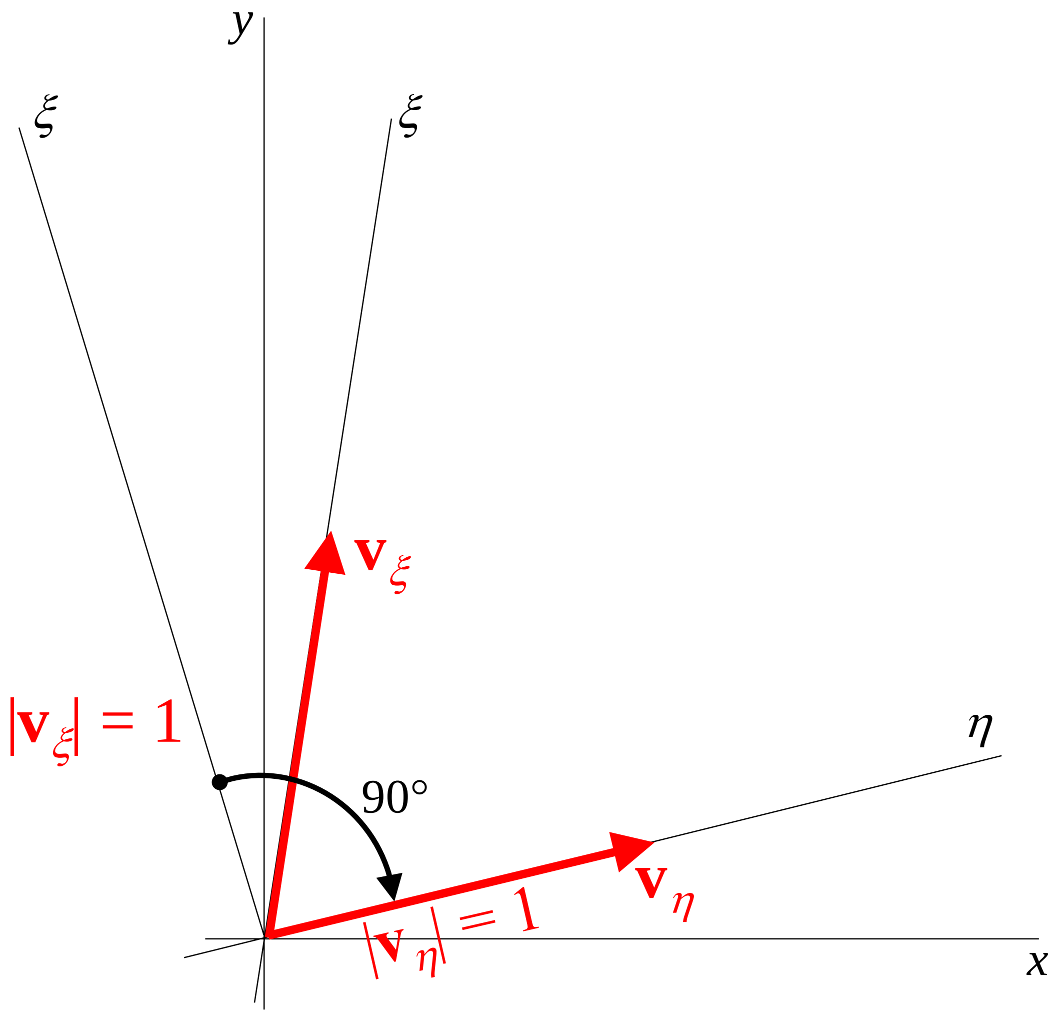


$$|\mathbf{a}_\eta| = a_\eta |\mathbf{v}_\eta| \Rightarrow a_\eta = |\mathbf{a}_\eta|$$

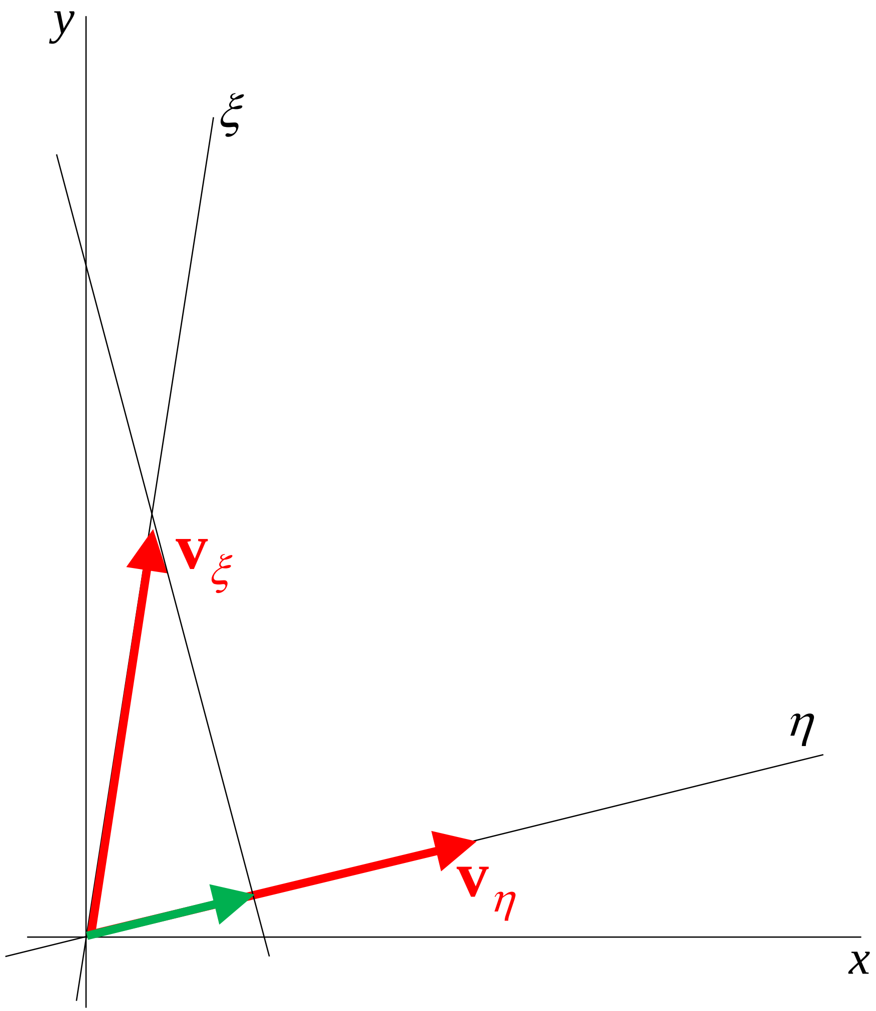
$$|\mathbf{a}_\eta| = 7.5, \quad |\mathbf{v}_\eta| = 1 \Rightarrow a_\eta = 7.5$$

Temel Matematik Bilgileri: Taban Vektörleri – Diklik



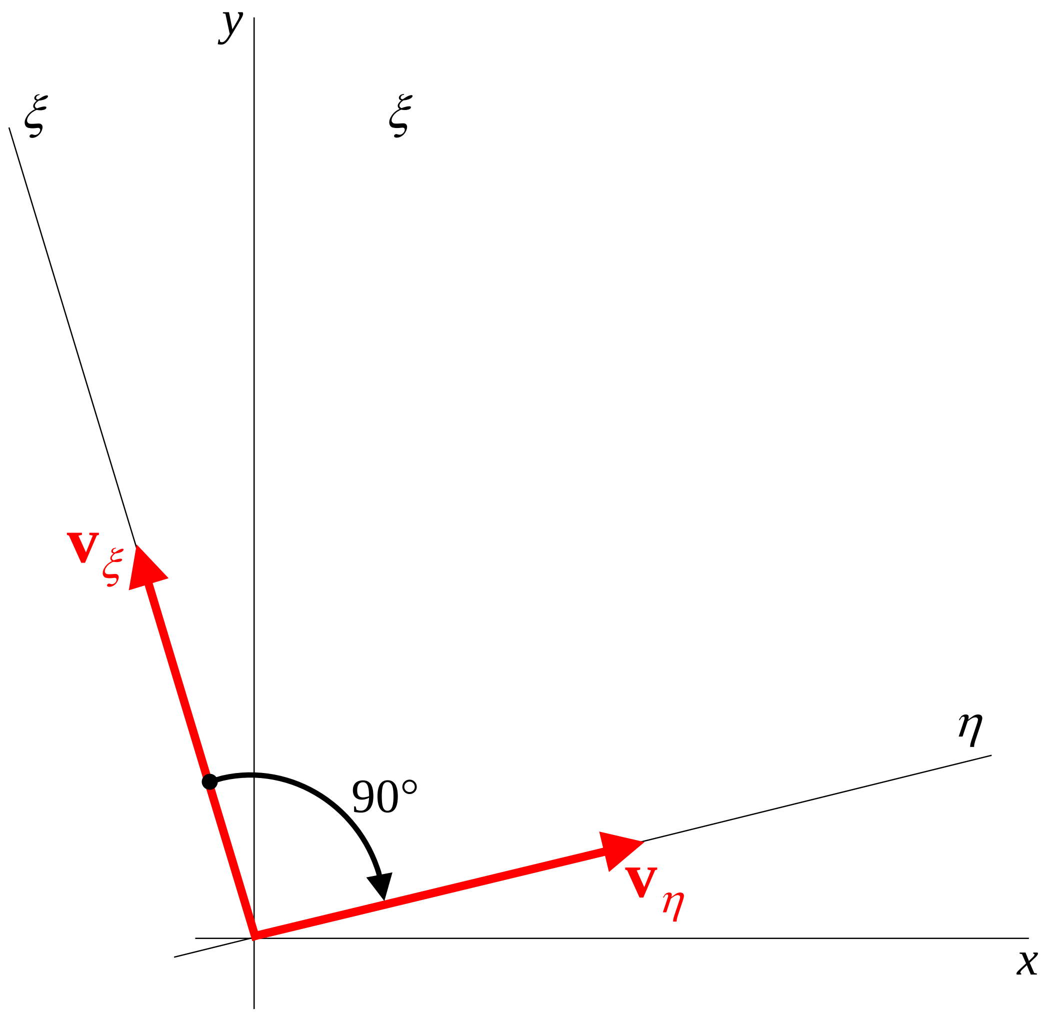


Temel Matematik Bilgileri: Taban Vektörleri – Diklik



Vektörler dik değilse, birbirlerine bağlıdırlar.

$$\mathbf{v}_\xi \cdot \mathbf{v}_\eta \neq 0$$



Vektörler dikse, birbirlerine bağlı değillerdir.

$$\mathbf{v}_\xi \cdot \mathbf{v}_\eta = 0 \qquad \mathbf{v}_\xi \cdot \mathbf{v}_\xi = 1 \qquad \mathbf{v}_\eta \cdot \mathbf{v}_\eta = 1$$

Temel Matematik Bilgileri: Taban Vektörleri – Diklik

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = a_1 \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_1 \\ | \end{Bmatrix} + a_2 \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_2 \\ | \end{Bmatrix} + a_3 \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_3 \\ | \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_1 \\ | \end{Bmatrix} a_1 + \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_2 \\ | \end{Bmatrix} a_2 + \begin{Bmatrix} | \\ \mathbf{v}_3 \\ | \end{Bmatrix} a_3$$

$$\mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{x} = \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_1 a_1 + \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_2 a_2 + \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_2 a_3$$

$$\mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{x} = \mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_1 a_1 \quad , \quad \text{eğer baz vektörleri dik ise}$$

$$\mathbf{v}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{x} = (1) a_1 = a_1 \quad , \quad \text{eğer baz vektörleri birim vektörler ise}$$

Excel

- Örnek Baz Vektörleri
- Normalizasyon

Genel Tartışma

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}, \quad \text{iki türlü çarpım karşımıza çıkmaktadır.}$$

$$\text{1. Tür:} \quad \mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}, \quad \mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}$$

$$\text{2. Tür:} \quad \mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}, \quad \mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{V}$$

Temel Matematik Bilgileri: Dik Olmayan Baz Vektörleri

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}, \qquad \text{dik olmayan baz vektörlerinin olusturduğu matris}$$

$$\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & b & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

Temel Matematik Bilgileri: Dik Baz Vektörleri

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}, \quad \text{dik baz vektörlerinin olusturduğu matris}$$

$$\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

Temel Matematik Bilgileri: Brim-Dik Baz Vektörleri

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix},$$ birim-dik baz vektörlerinin olusturduğu matris

$$\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}=\begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix}\begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\mathbf{I}$$

$$\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}=\begin{bmatrix} — & \mathbf{v}_1 & — \\ — & \mathbf{v}_2 & — \\ — & \mathbf{v}_3 & — \end{bmatrix}\begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\mathbf{I}$$

Temel Matematik Bilgileri: Dik Olmayan Baz Vektörleri

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix},$$ dik olmayan baz vektörleri icin:

Genel kare bir **A** matrisi için, $\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & b & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Simetrik bir **A** matrisi için, $\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & b & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Temel Matematik Bilgileri: Dik Baz Vektörleri

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix},$$

Verilen bir **A** matrisi icin dik baz vektörlerini öyle bir seçilebiliriz ki

Genel kare bir **A** matrisi için, $\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$

Simetrik bir **A** matrisi için, $\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}$

Temel Matematik Bilgileri: Dik Baz Vektörleri – Özdeğer Problemi

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix},$$ Verilen bir $\mathbf{A}$ matrisi için:

Baz vektörlerinin $\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ durumunu saglaması için

$\mathbf{V}$ ile $\mathbf{A}$ matrisleri arasında özel bir bağlantının sağlanması gerekir.

$\rightarrow$ Özdeger Problemi

Temel Matematik Bilgileri: Özdeğer Problemi – Normalleştirme

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix},$$ bazen dik baz vektörlerinin büyüklüğü

Simetrik bir $\mathbf{M}$ matrisi için, $\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ olacak şekilde seçilir.

Bu seçim işlemine normalleştirme (birim yapma) denir

Temel Matematik Bilgileri: Özdeğer Problemleri

$\mathbf{A}_{n\times n}$: genel veya simetrik bir matris + PD

$\boldsymbol{\phi}_{n\times 1}$: **A** matrisinin baz vektörleri, özvektörler

$$\boldsymbol{\Phi}_{n\times n} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_n \\ | & | & | \end{bmatrix}$$: **A** matrisinin baz matrisi, özvektör matrisi

λ : **A** matrisinin baz vektör katsayilari, özdegerler

$$\boldsymbol{\Lambda}_{n\times n} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$: **A** matrisinin özdeger matrisi

Temel Matematik Bilgileri: Standart Özdeğer Problemi

$$\boxed{\mathbf{A}_{n\times n}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} = \lambda\boldsymbol{\phi}_{n\times 1}}$$

$\mathbf{A}_{n\times n}$: genel bir matris + PD

n-adet $\boldsymbol{\phi}$ – baz vektörleri ve λ – katsayıları

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_n \\ | & | & | \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Phi}^{-1}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Lambda}$$

$$\boxed{\mathbf{A}_{n\times n}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} = \lambda\boldsymbol{\phi}_{n\times 1}} \qquad \mathbf{A}_{n\times n} \text{ : simetrik matris + PD}$$

n-adet $\boldsymbol{\phi}$ – dik baz vektörleri ve λ – katsayıları

$$\boldsymbol{\phi}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}_1 = \lambda_1, \quad \boldsymbol{\phi}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}_2 = \lambda_2, \quad \ldots \quad , \boldsymbol{\phi}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}_n = \lambda_n$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_n \\ | & | & | \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Lambda}$$

Temel Matematik Bilgileri: Standart Özdeğer Problemi – Özet

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \lambda\boldsymbol{\phi} \qquad \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda} \qquad \mathbf{A}\text{ : genel bir matris + PD}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_n \\ | & | & | \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Phi}^{-1}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Lambda}} \qquad \boxed{\mathbf{A} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Phi}^{-1}}$$

Temel Matematik Bilgileri: Standart Özdeğer Problemi – Özet

$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \lambda\boldsymbol{\phi} \quad \mathbf{A\Phi} = \mathbf{\Phi\Lambda} \quad \mathbf{A}$: simet. bir matris + PD

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_n \\ | & | & | \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A\Phi} = \mathbf{\Lambda}} \qquad \boxed{\mathbf{A} = \mathbf{\Phi\Lambda\Phi}^{\mathrm{T}}}$$

Ayrıca $\boldsymbol{\phi}$ genel vektörler ise: $\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi} = \mathbf{D}$, $\mathbf{D}$: diyag.

Ayrıca $\boldsymbol{\phi}$ birim vektörler ise: $\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi} = \mathbf{I}$

$$\boxed{\mathbf{A}_{n\times n}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} = \lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} \qquad \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{B}\boldsymbol{\Lambda}}$$

n-adet $\boldsymbol{\phi}$ – dik baz vektörleri ve λ – katsayıları

$$\mathbf{B}^{-1}\left(\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}\right) = \mathbf{B}^{-1}\left(\lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\phi}\right)$$

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \lambda\boldsymbol{\phi}, \qquad \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$$

$$\boxed{\bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\phi} = \lambda\boldsymbol{\phi}}$$

$\bar{\mathbf{A}}$: $\Rightarrow$ Standard Özdeğer Problemi

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} = \lambda \mathbf{B}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} \qquad \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{B}\boldsymbol{\Lambda}$$

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$: simetrik matris iseler;

$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$, simetrik olmayabilir (genel matris)

Ancak şu diklik koşulları sağlanır:

$$\boxed{\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{D}_{\mathbf{A}}, \quad \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{D}_{\mathbf{B}}}$$

$\mathbf{D}_{\mathbf{A}}$ ve $\mathbf{D}_{\mathbf{B}}$: diyagonal matrislerdir

Temel Matematik Bilgileri: Genel Özdeğer Problemi

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} = \lambda \mathbf{B}\boldsymbol{\phi}_{n\times 1} \qquad \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{B}\boldsymbol{\Lambda}$$

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$: simetrik matris iseler;

$\boldsymbol{\Phi}$ matrisi $\boxed{\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I}}$ olacak sekilde seçilebilir

Bu durumda $\boxed{\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Lambda}}$ olur

Temel Matematik Bilgileri: Özvektörlerin Kullanımı

$$\mathbf{A}\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\mathbf{x}(t)=\mathbf{0}, \quad \mathbf{A}\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{B}\mathbf{x}(t)=\mathbf{0}, \quad \mathbf{A}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{B}\mathbf{x}=\mathbf{0}$$

$\mathbf{A},\ \mathbf{B}\ :\ n\times n$ sabit matrisler

$$\mathbf{x}(t)=\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix}, \qquad n\times 1 \text{ zamana bagli vektör}$$

Temel Matematik Bilgileri: Özvektörlerin Kullanımı

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \lambda \mathbf{B}\boldsymbol{\phi} \;\rightarrow\; \boldsymbol{\Phi} : \text{Özvektörler} \qquad \boldsymbol{\Lambda} : \text{Özdeğerler}$$

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{q}(t)$$

$$\mathbf{B}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{q}\right) = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{0}\right)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\Phi} = \bar{\mathbf{A}}, \qquad \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\boldsymbol{\Phi} = \bar{\mathbf{B}}$$

$\bar{\mathbf{A}}$ ve $\bar{\mathbf{B}}$ diyagonal matrislerdir

Özdeğer ve Özvektörlerin Bulunması

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}\, sin(\omega_\mathrm{n} t), \qquad \ddot{\mathbf{x}}(t) = -\omega_\mathrm{n}^2 \boldsymbol{\phi}\, sin(\omega_\mathrm{n} t)$$

$$\left(\mathbf{K} - \omega_\mathrm{n}^2 \mathbf{M}\right)\boldsymbol{\phi}\, sin(\omega_\mathrm{n} t) = 0$$

$$\mathbf{K}\mathbf{X} = \omega_\mathrm{n}^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}$$

$$\left|\mathbf{K} - \omega_\mathrm{n}^2 \mathbf{M}\right| = 0 \rightarrow \omega_\mathrm{n} \quad \text{değeri bulunabilir}$$

$$\left(\mathbf{K} - \omega_\mathrm{n}^2 \mathbf{M}\right)\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \rightarrow \boldsymbol{\phi} \quad \text{vektörü bulunabilir}$$

Excel

- Genel Matris için Özdeğer Problemi
- Simetrik Matris için Özdeğer Problemi